

ПРАВИТЕЛЬСТВО РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(СПбГУ)



ЭКСИТОНЫ В ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ГЕТЕРОСТРУКТУРАХ

Бакалаврская работа студента 4 курса

Даньшина Сергея Александровича

Направление: 010900

«Прикладные математика и физика»

Научный руководитель:

д.ф.-м.н., проф. И. В. Игнатьев

Рецензент:

д. ф.-м. н., в. н. с. Козлов Г.Г.

Санкт-Петербург

2017

# Оглавление

Введение.....	3
Глава 1	
Экситоны в гетероструктурах.....	4
1.1 Поглощение света экситонами.....	4
1.2 Экситон в параболической квантовой яме .....	6
1.3 Микрорезонаторы .....	8
Глава 2	
Исследование оптических свойств микрорезонатора с квантовой ямой .....	11
2.1 Спектры отражения.....	12
2.2 Спектры фотолюминесценции.....	16
2.3 Моделирование микрорезонатора .....	22
Заключение .....	24
Список литературы .....	25

# Введение

Исследование гетероструктур с микрорезонаторами является актуальной областью современной физики твердого тела. В таких структурах за счет перенормировки плотности состояний электромагнитного поля наблюдается усиленное взаимодействие материальных возбуждений со светом. Интересной представляется возможность изучения с помощью микрорезонатора оптических свойств низкоразмерных полупроводниковых структур. Одной из них является квантовая яма, которая представляет собой слой полупроводника, выращенный между барьерами — слоями полупроводника с другим расположением энергетических зон. Ограничение движения носителей в направлении роста данной структуры приводит к квантованию в ней энергий электронов и дырок (см. [1]).

Целью данной работы является экспериментальное исследование и теоретическое моделирование спектра отражения параболической квантовой ямы InGaAs/GaAs в низкодобротном микрорезонаторе GaAs/AlAs. Планировалось изучить влияние параметров микрорезонатора на скорость излучения фотонов. В спектрах отражения ожидалось найти экситонный резонанс внутри относительно широкой фотонной моды.

В задачи работы входили проведение эксперимента по отражению света от рассматриваемой структур, измерение спектров фотолюминесценции, теоретический расчет спектра отражения от микрорезонатора, интерпретация экспериментальных данных по спектроскопии экситонов.

# Глава 1

## Экситоны в гетероструктурах

Экситоном называется квазичастица, которая состоит из электрона и дырки в полупроводнике, связанных кулоновским взаимодействием. Такое возбуждение электронов может происходить при поглощении полупроводником света. В литературе определяют два типа экситонов. В первом случае электрон и дырка, испытывая сильное кулоновское притяжение, находятся в пределах одного или нескольких узлов кристалла. Такие квазичастицы, имеющие малый радиус, называются экситонами Френкеля. В модели Ванье и Мотта электроны и дырки слабо связаны вследствие экранирования кулоновского взаимодействия. Радиус экситона в этом случае может достигать нескольких десятков постоянных решетки кристалла. Такие квазичастицы называются экситонами Ванье-Мотта. Материальные возбуждения полупроводника могут перемещаться по кристаллу без переноса заряда, поглощая и излучая свет.

### 1.1 Поглощение света экситонами

Рассмотрим экситон Ванье в объемном полупроводнике. Электроны и дырки можно определить как движущиеся с соответствующими эффективными массами частицы в зоне проводимости и валентной зоне. Движение экситона можно представить как движение центра масс и относительное движение электрона и дырки вокруг их центра масс. При этом величина кулоновского взаимодействия не будет связана с движением центра масс экситона. Поэтому движение центра масс электрона и дырки будет характеризоваться трансляционной инвариантностью (см. [1]).

В объемных полупроводниках экситон можно представить как свободную частицу с массой  $M = m_e + m_h$ , где  $m_e$  и  $m_h$  — эффективные массы электрона и дырки. Относительное движение электрона и дырки в экситоне сходно с движением электрона и позитрона в позитронии.

Кинетическая энергия  $E_{ke}$  экситона в рамках приближения эффективных масс связана с волновым вектором центра масс экситона  $K = \frac{m_e k_e + m_h k_h}{m_e + m_h}$  выражением для свободной частицы:  $E_{ke} = \frac{\hbar^2 K^2}{2M}$ . Следовательно, дисперсионная зависимость экситона является параболической. Волновой вектор экситона будет оставаться постоянным, в то время как волновые вектора составляющих его частиц могут не сохраняться.

Взаимодействие экситона со светом в среде описывается введением квазичастицы — экситонного поляритона. При этом его волновые функции являются линейными комбинациями волновых функций фотона и экситона. Процессу поглощения света экситонами без участия других частиц в объемном материале соответствует точка пересечения кривых зависимости энергии от волнового вектора для фотона и экситона, что объясняется законами сохранения. В этой области можно наблюдать антипересечение рассматриваемых дисперсионных кривых (см. рис. 1).

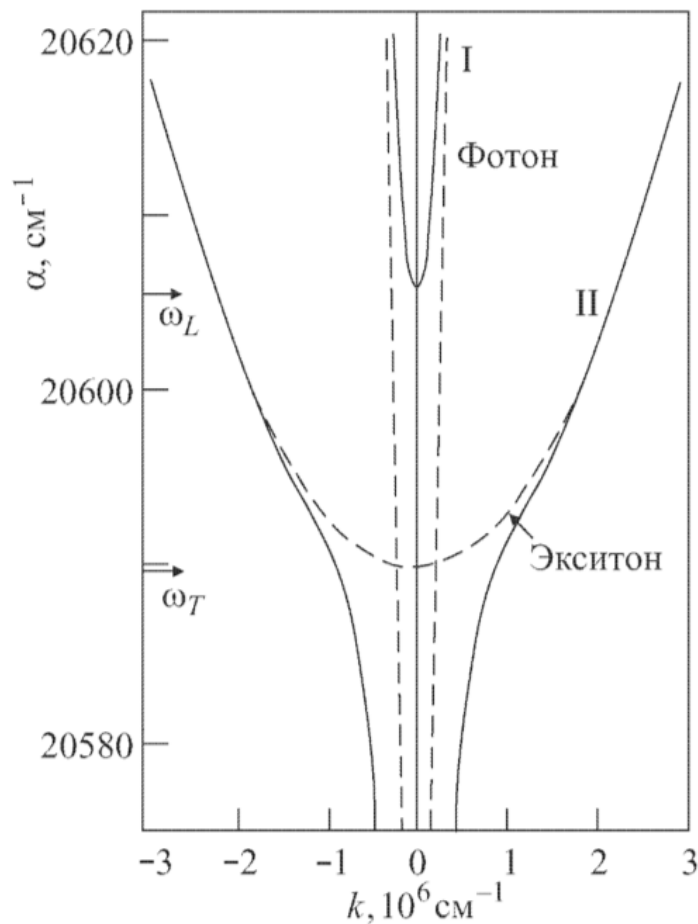


Рис. 1. Дисперсионные кривые фотона и экситона в объемном полупроводнике обозначены штриховой линией, экситонного поляритона — сплошной линией (см. [1]).

Поляритон распространяется в веществе в виде волны поляризации, связанной с дипольными моментами экситонов оптического перехода. Когда экситоны излучают свет, он поглощается другими экситонами. При этом, в случае наличия рассеяния (например, на фононах) в процессе взаимодействия экситонов со светом поляритон будет испытывать потерю своей энергии. Из-за поляритонного эффекта скорость излучательной рекомбинации сильно подавлена, поскольку рекомбинация происходит только у поверхности кристалла. Однако светоэкситонные состояния можно изучать в тонких кристаллах, что было сделано В.А. Киселевым, Б.С. Разбириным, И.Н. Уральцевым (см. [2]). В настоящей работе наблюдение экситонных эффектов возможно благодаря пространственному ограничению движения частиц в квантовой яме.

## 1.2 Экситон в параболической квантовой яме

В данной работе исследуется образец с параболической квантовой ямой. Такая форма потенциала была выбрана для исследования, не связанного с данной работой. Для широких квантовых ям (больше 200 нм) модель экситона можно приближенно рассматривать в рамках задачи об электроном в потенциальной яме. Параболическая квантовая яма представляет собой одномерный потенциал, задаваемый формулой

$$V(z) = \frac{1}{2}\beta z^2,$$

где  $\beta$  — коэффициент,  $z$  — направление вдоль оси роста квантовой ямы

Уравнение Шредингера для электрона в параболической квантовой яме запишется в виде

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dz^2} + \frac{1}{2}m\omega_0^2 z^2\right)\psi(z) = \varepsilon\psi(z),$$

где  $m$  — эффективная масса электрона,  $\varepsilon$  — энергия электрона,  $\psi$  — волновая функция электрона,  $\omega_0$  — введенная по аналогии с классической механикой циклическая частота гармонического осциллятора.

Циклическая частота для частицы массой  $m$  в этом случае

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\beta}{m}}$$

Решая уравнение Шредингера, можно прийти к следующему результату — энергетические уровни электрона расположены эквидистантно через  $\hbar\omega_0$  (см. [3]).

Несколько первых волновых функций в параболической квантовой яме изображены на рис. 2. Они представляют из себя чередующиеся четные и нечетные функции. При  $n=1$  волновая функция принимает вид функции Гаусса.

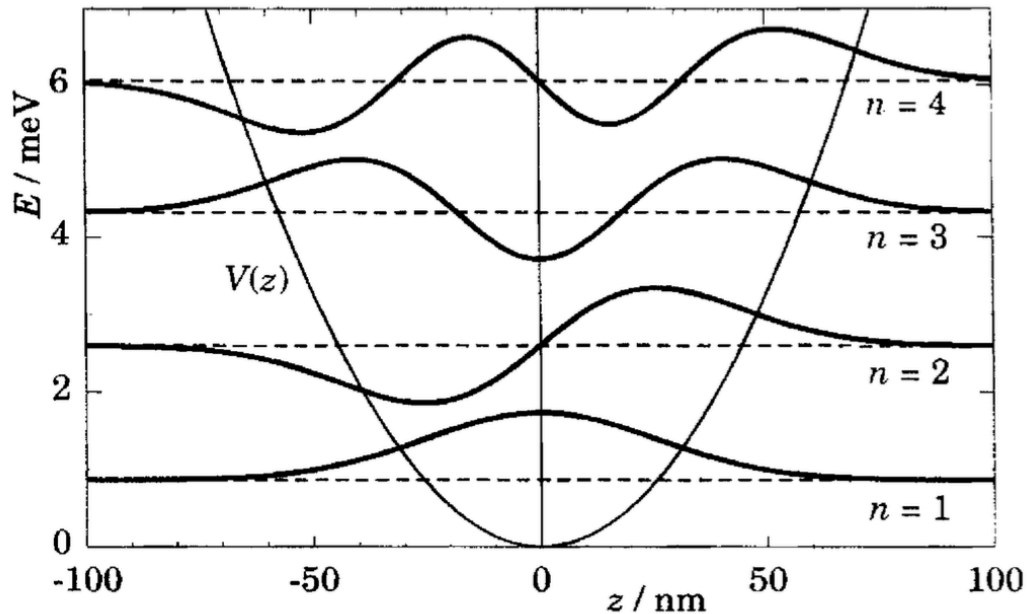


Рис. 2. Параболическая потенциальная яма  $V(z)$ , уровни энергии и волновые функции гармонического осциллятора (см. [3]).

Пример параболической ямы в валентной зоне и зоне проводимости изображен на рис. 3. Оптические переходы наблюдаются между состояниями с одинаковой четностью, так как интенсивность оптического перехода пропорциональна перекрытию волновых функций электрона и дырки.

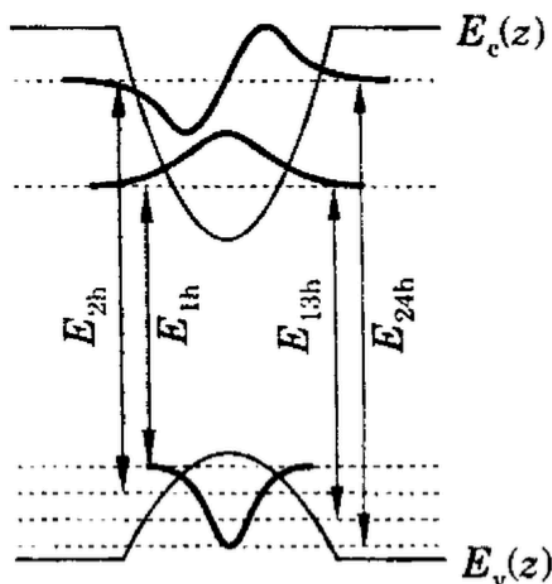


Рис. 3. Потенциал параболического вида в валентной зоне и зоне проводимости (см. [3]).

### 1.3 Микрорезонаторы

Микрорезонаторы — это оптические резонаторы, имеющие ширину межзеркального промежутка порядка длины волны света. (см. [4]) В данной работе изучаются микрорезонаторы, которые состоят из двух многослойных параллельно расположенных брегговских зеркал. Брегговские зеркала — гетероструктуры, состоящие из чередующихся слоев полупроводников с различными диэлектрическими проницаемостями (см. рис 4). Спектр отражения брегговского зеркала характеризуется стоп-зоной, в которой свет через данную структуру, отражаясь, почти не проходит. Увеличение числа слоев в данной структуре приводит к более широкой и резкой области полного отражения света. При этом толщины слоев, из которых состоит брегговское зеркало, определяют положение стоп-зоны. Ширина стоп-зоны зависит от контраста показателей преломления.



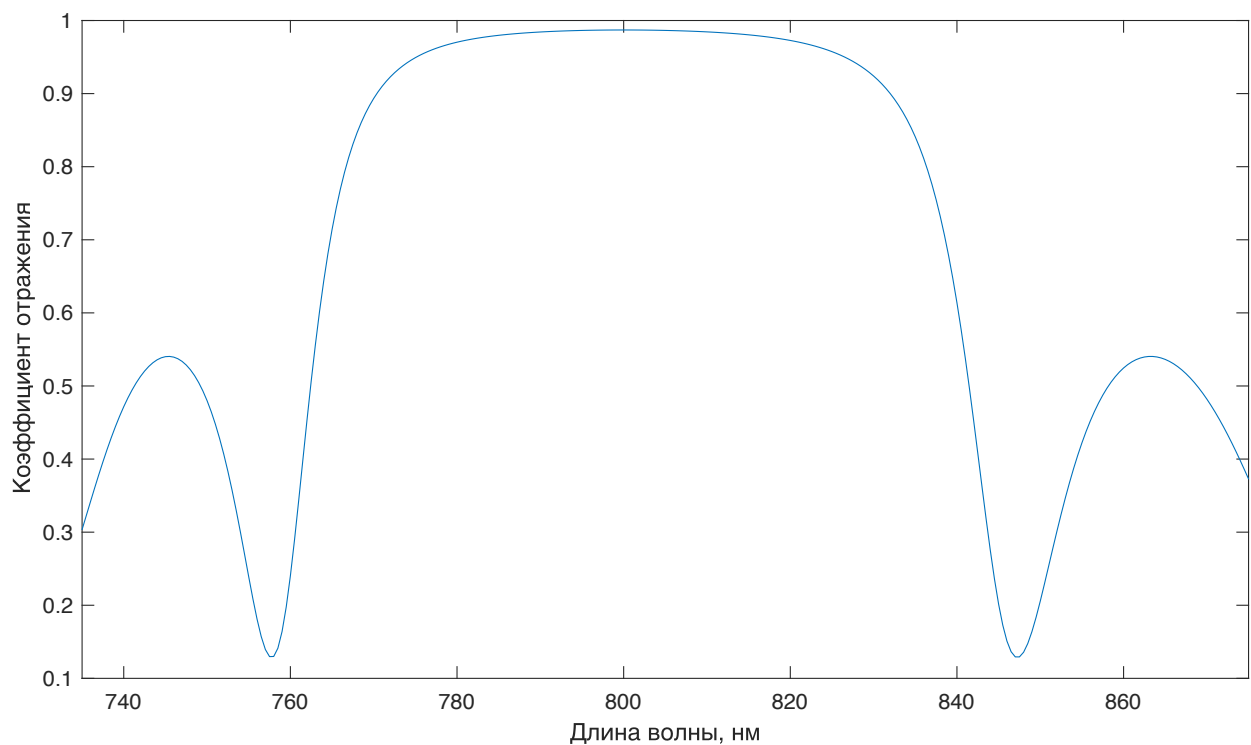


Рис. 4. Спектр отражения от брегговского зеркала, составленного из 20 пар GaAs/AlAs. За зеркалом находится слой GaAs.

В микрорезонаторе, который состоит из двух брегговских зеркал, помимо стоп-зоны в спектре отражения возникает фотонная мода, возникающая вследствие резонансного отражения света от обоих зеркал. На рис. 5 представлен смоделированный спектр «пустого» микрорезонатора. Спектральное положение фотонной моды зависит от размера межзеркально промежутка, так как соответствует стоячей волне между зеркалами определенной длины волны. В направлении, перпендикулярном плоскости зеркал микрорезонатора, в микрополости микрорезонатора умещается целое число полуволен резонансной моды.

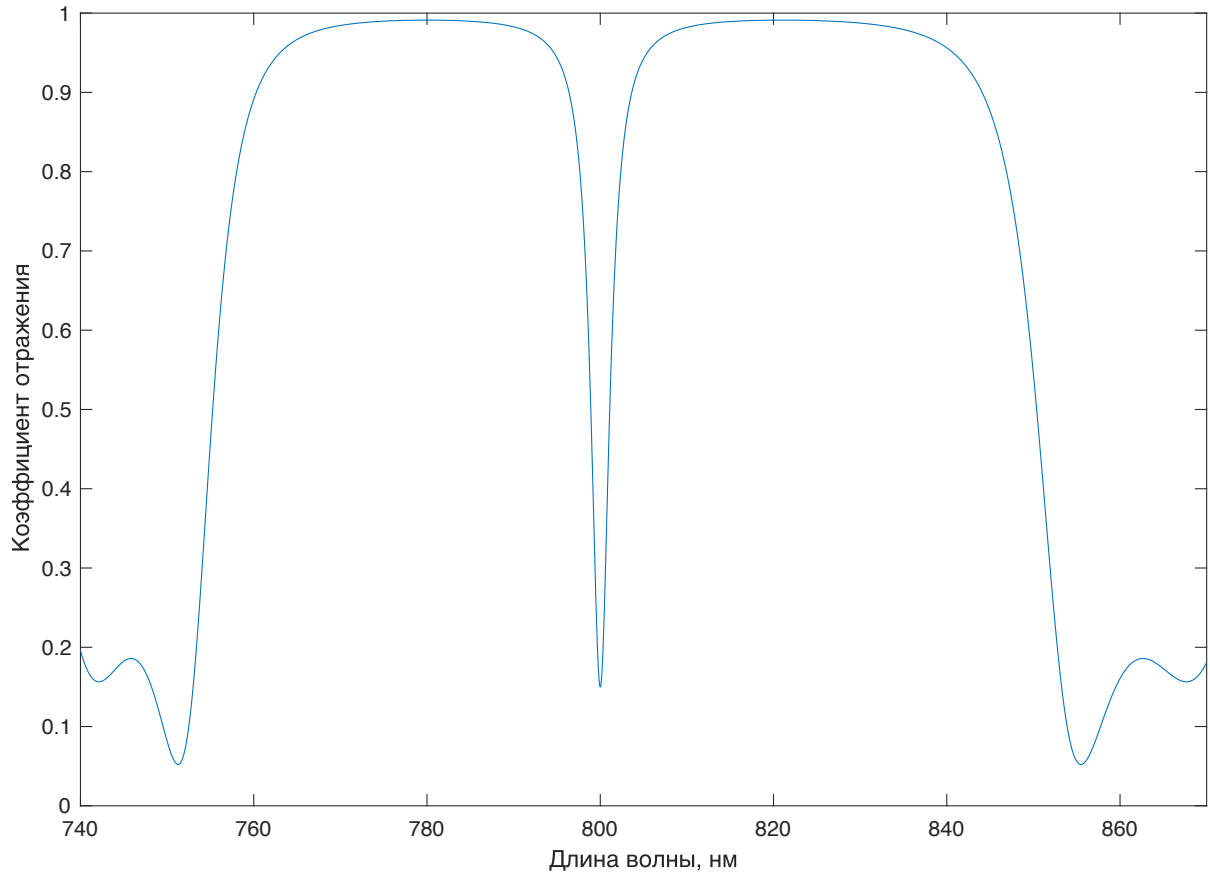


Рис. 5. Спектр микрорезонатора, составленного из брегговских зеркал GaAs/AlAs.

Между зеркалами и за ними находится слой GaAs.

Добротность (Q-фактор) характеризует ширину резонансной кривой и определяется как отношение частоты резонансной моды резонатора  $\omega_c$  к полуширине моды  $\delta\omega_c$  резонатора.

$$Q = \frac{\omega_c}{\delta\omega_c} = \frac{\lambda_c}{\delta\lambda_c}$$

Добротность характеризует интенсивность процессов затухания (рассеяние, утечка через зеркала) оптической энергии в микрорезонаторе. Чем больше  $Q$ , тем меньше энергии теряется в одном полном колебании электромагнитного поля в резонаторе.

Изменение спектральной плотности оптических состояний в микрорезонаторе влияет на излучение света в данной структуре. (см. [4]). Отношение времени излучения  $\tau_0$  с длиной волны  $\lambda_e$  из пустого пространства к времени излучения  $\tau$  из микрорезонатора с положением фотонной моды  $\lambda_c$  пропорционально фактору Парселла  $F_P$  (см. [5]).

$$\frac{\tau_0}{\tau} = F_P \frac{2}{3} \frac{|E(z)|^2}{|E_{max}|^2} \frac{\delta\lambda_c^2}{\delta\lambda_c^2 + 4(\lambda_c - \lambda_e)^2} + f \quad F_P = \frac{3}{4\pi^2} \frac{\lambda_c^3}{n^3 V} Q$$

где  $\delta\lambda_c$  — полуширина фотонной моды,  $\delta\lambda_e$  — полуширина спектральной линии излучения,  $n$  — показатель преломления в микрорезонаторе,  $V$  — эффективный объем моды резонатора, который занимало бы максимальное по интенсивности электромагнитное поле такой же энергии, равномерно распределенное в рассматриваемой структуре,  $E_{\max}$  — максимальная напряженность поля внутри полости,  $E(z)$  — амплитуда напряженности электромагнитного поля в точке нахождения излучателя.

## Глава 2

# Исследование оптических свойств микрорезонатора с квантовой ямой

С целью наблюдения взаимодействия света с экситонами в микрорезонаторе с квантовой ямой по нашему заказу была выращена необходимая гетероструктура. Исследуемый образец был выращен методом молекулярно-пучковой эпитаксии (МВЕ) в ресурсном центре СПбГУ «Нанофотоника». Два брэгговских зеркала, составленных из чередующихся слоев арсенида галлия и арсенида алюминия (GaAs/AlAs) определенной толщины, образуют микрорезонатор невысокой добротности, что определяет ширину его фотонной моды.

Внутри микрорезонатора выращена параболическая квантовая яма, состоящая из слоя InGaAs толщиной 100 нм, окруженная барьерами из GaAs толщиной 68 нм и 74 нм. Параболический потенциал создавался переменной концентрацией индия в тройном растворе InGaAs вдоль направления роста структуры. Со стороны поверхности образца брэгговское зеркало состоит из 20 чередующихся слоев GaAs и AlAs, со стороны подложки — из 29 (Рис. 6).

Из-за особенностей эпитаксиального роста образец имел градиент толщины вдоль своей поверхности. Это позволило экспериментально наблюдать закономерное изменение спектров отражения и фотолюминесценции в различных точках. Исследование оптических свойств гетероструктуры проводилось на нескольких небольших частях образца, диапазон толщин слоев которых позволил наблюдать прохождение фотонной моды микрорезонатора через положение экситонного резонанса.

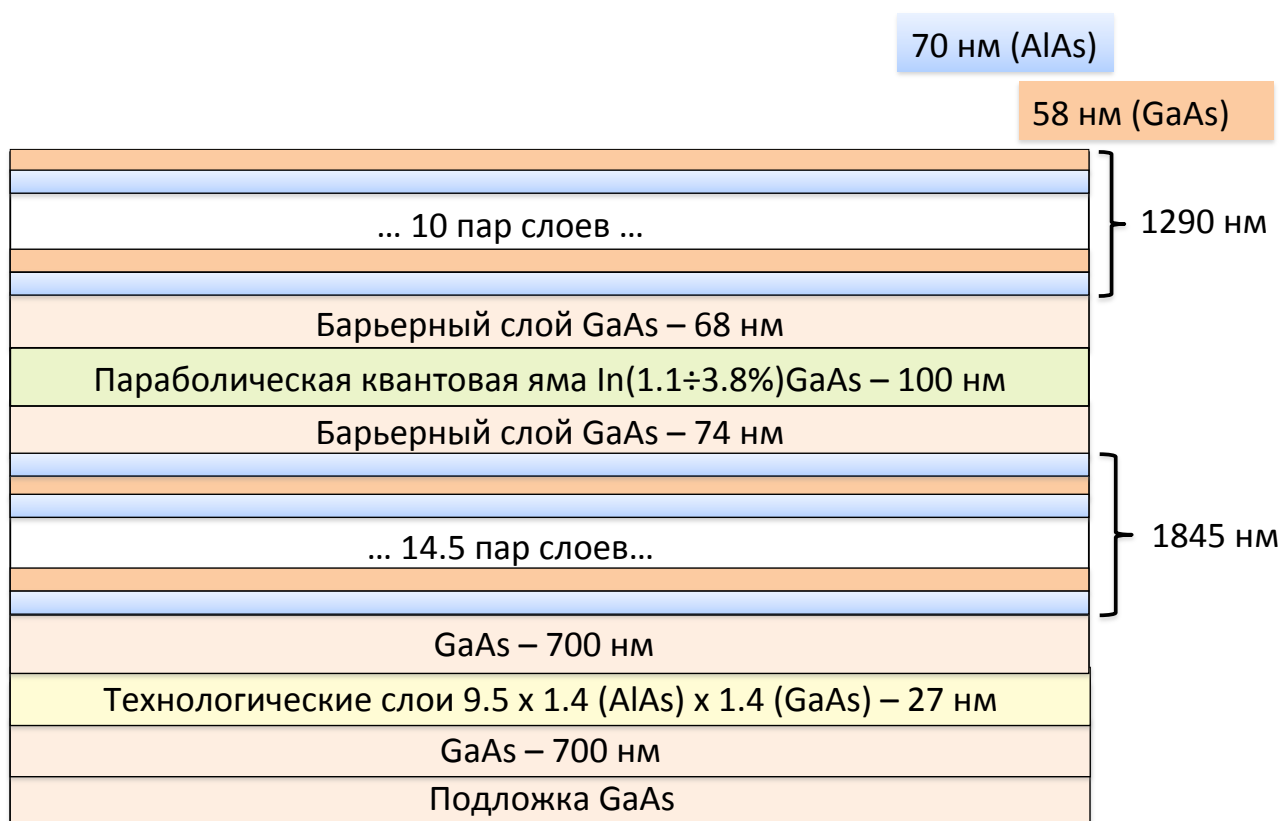


Рис. 6. Исследуемая гетероструктура.

## 2.1 Спектры отражения

Исследуемый образец был охлажден в гелиевом криостате. Исследовались спектры отражения при нормальном падении на поверхность гетероструктуры сфокусированного пучка некогерентного света. Для регистрации отраженного излучения использовался спектрометр с CCD матрицей (Рис. 7). Измерения проводились в различных точках падения света через каждый миллиметр вдоль направления изменения толщины образца. В качестве источника излучения использовалась лампа накаливания. Свет поступал на образец через фибер.

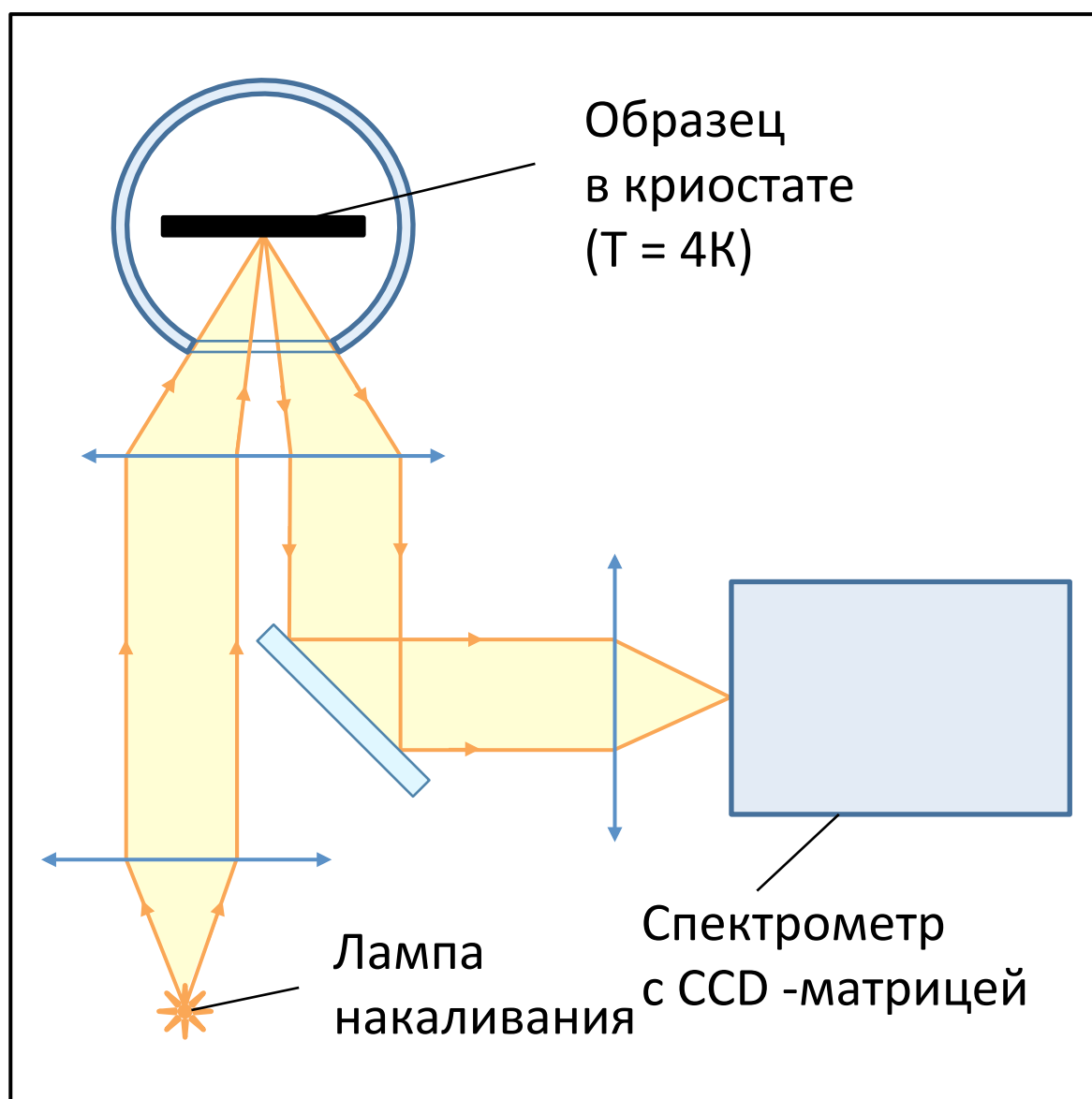


Рис. 7. Схема эксперимента. Лампа накаливания использовалась для получения спектров отражения.

Измеренные нами экспериментальные спектры отражения образца, который был описан выше, показаны на рис. 8. Каждый спектр был нормирован на спектр излучения волокна. Представленные кривые сдвинуты по вертикальной оси для наглядности. Равномерное увеличение толщины слоев выращенного образца позволило при измерении спектров отражения в различных его точках получать различные положения фотонной моды микрорезонатора. Также из рисунка можно обнаружить смещение положения границ стоп-зоны, соответствующее изменению толщины слоев зеркал микрорезонатора.

В спектрах отражения экситонный резонанс не был зафиксирован явно, однако, в некоторых точках образца у фотонной моды возникает уширение и асимметричность, что может быть связано с экситонным поглощением.

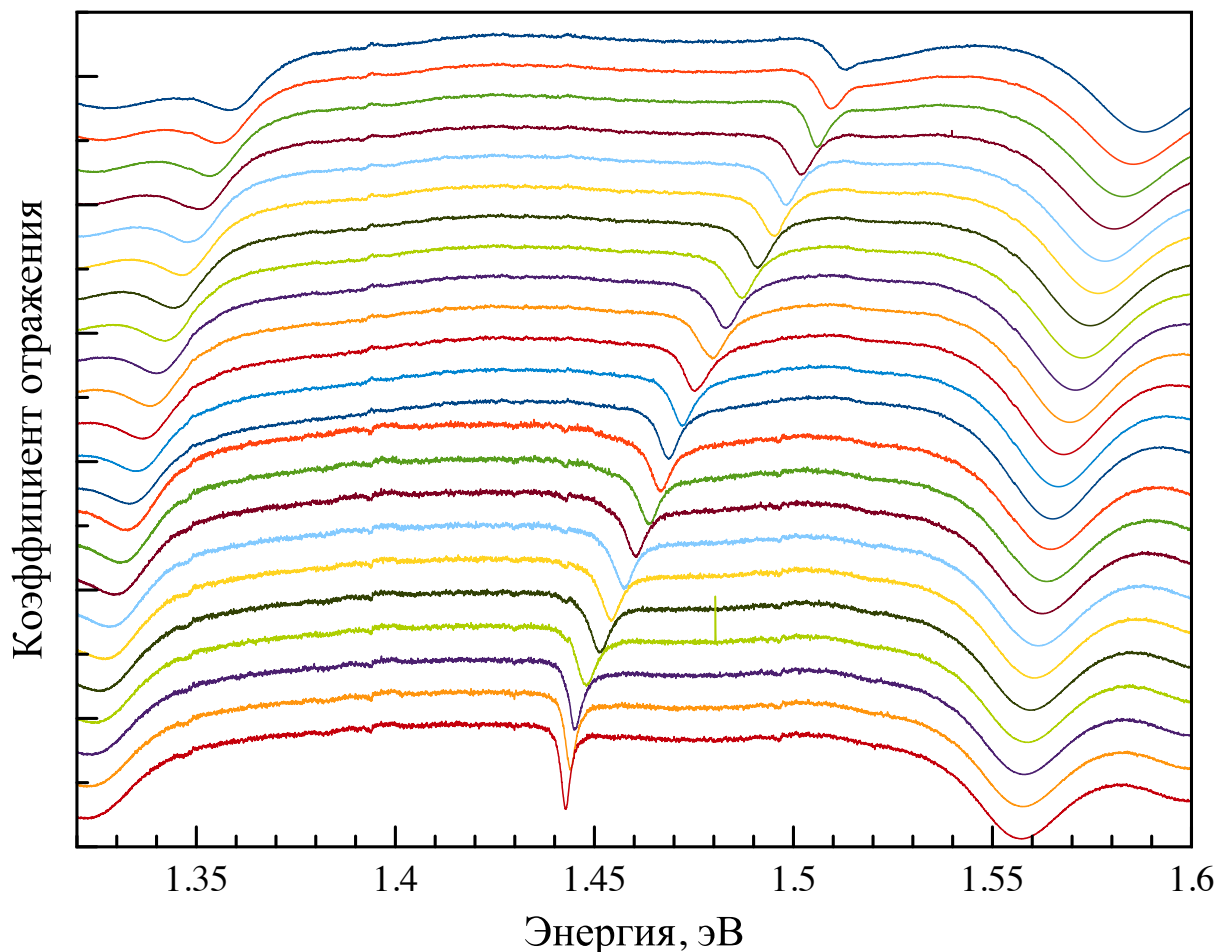


Рис. 8. Спектры отражения InGaAs/GaAs квантовой ямы в микрорезонаторе, полученные в различных точках образца с шагом 1 мм.

С целью количественного описания влияния экситонных эффектов фотонная мода в спектрах отражения была аппроксимирована контурами Лоренца и Гаусса (рис. 9). Полученная полуширина HWHM кривой Лоренца представлена на рис. 10. На графике видны резкие изменения полуширины в спектральных точках  $E \approx 1.44$  эВ и  $E \approx 1.47$  эВ.

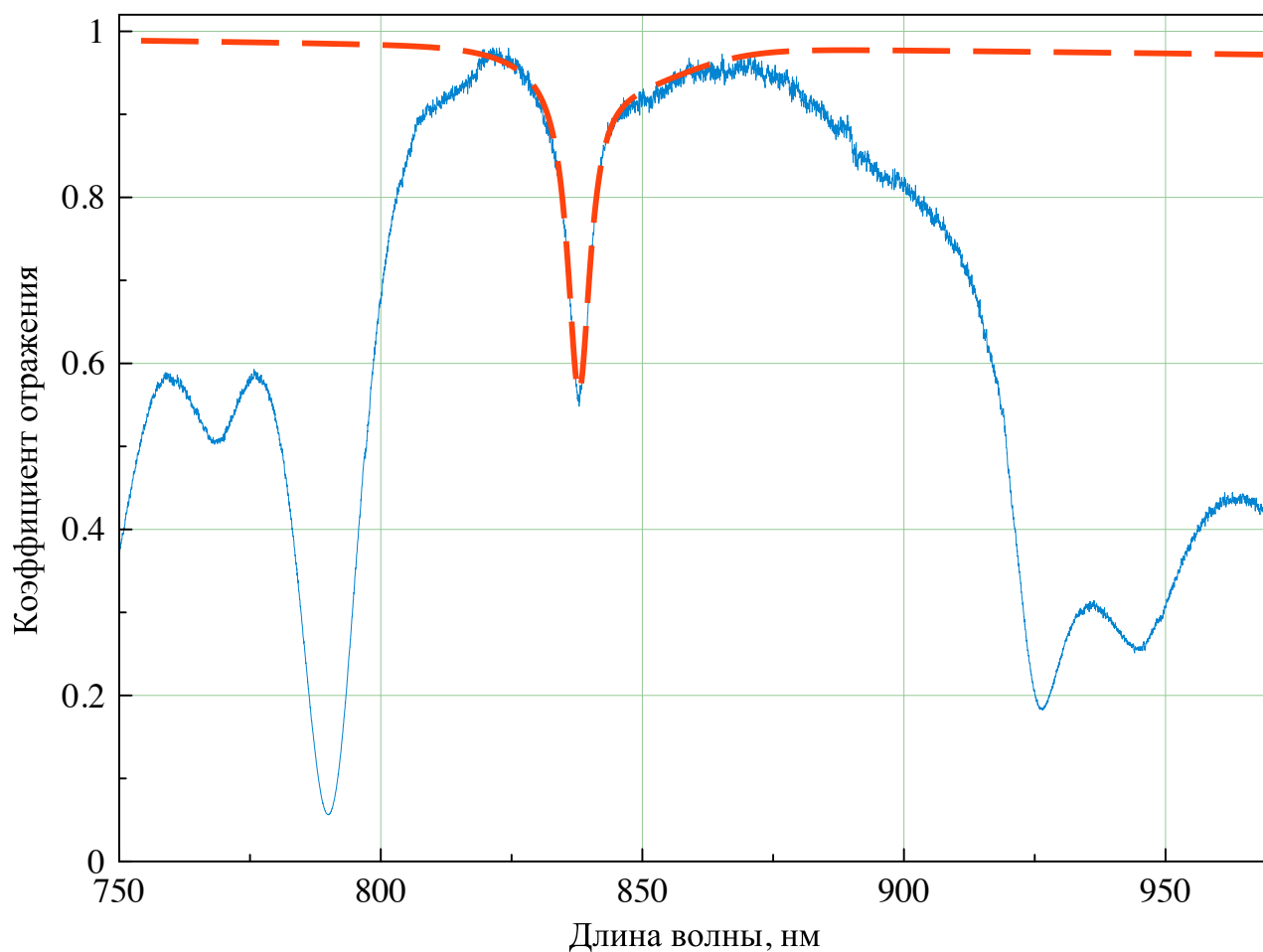


Рис. 9. Аппроксимация спектра отражения суммой кривой Лоренца и кривой Гаусса.

Мы предположили, что резкие скачки полуширины при энергиях фотонов  $E \approx 1.44$  эВ и  $E \approx 1.47$  эВ определяют положения резонансов тяжелого и легкого экситона. Когда положение фотонной моды по энергии становится ниже упомянутых резонансов, ее уширение минимально вследствие отсутствия экситонного поглощения.

Используя спектры с энергетическим положением фотонной моды вне области экситонного поглощения, была проведена оценка добротности микрорезонатора:  $Q = 500$ .

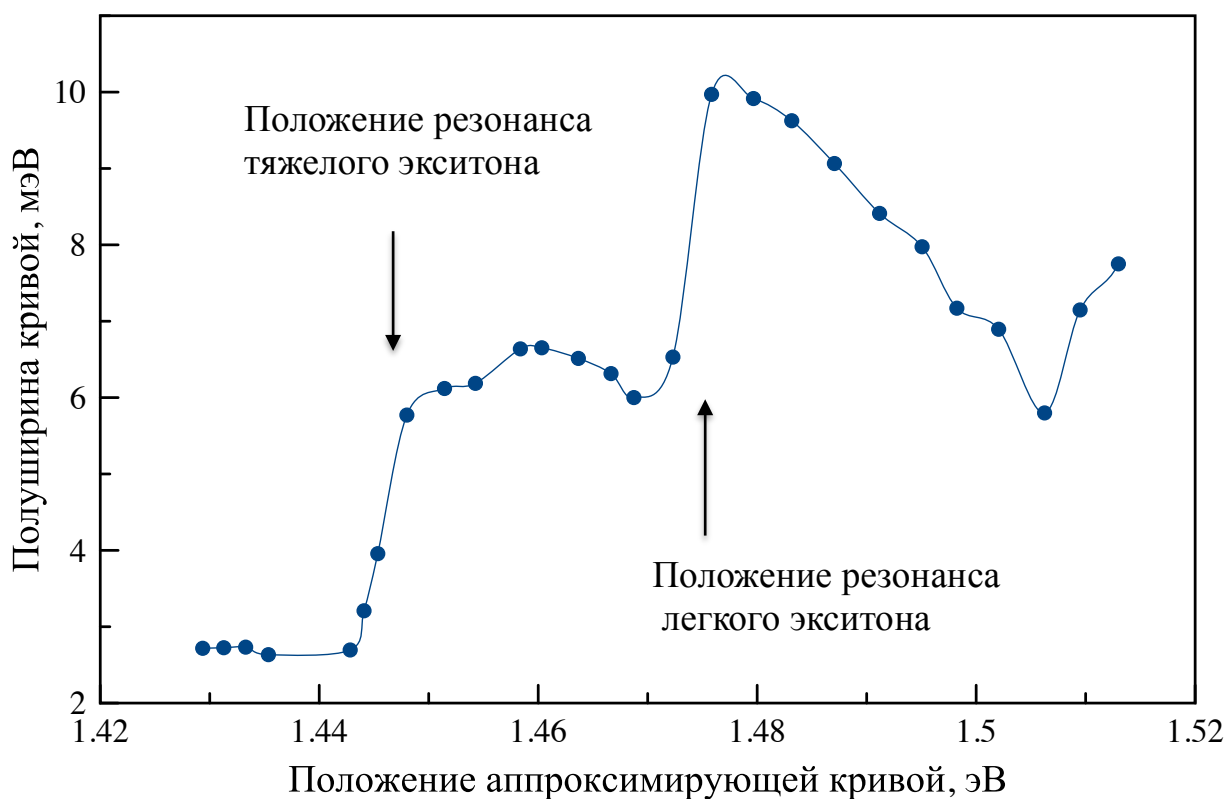


Рис. 10. Зависимость полуширины кривой Лоренца, аппроксимирующей фотонную моду микрорезонатора, от ее энергетического положения.

## 2.2 Спектры фотолюминесценции

Для того, чтобы определить спектральное положение основного экситонного резонанса, была измерена фотолюминесценция образца при гелиевой температуре (Рис. 12). Возбуждение экситонов производилось полупроводниковым лазером с длиной волны излучения  $\lambda \approx 630$  нм. Для регистрации излучения использовался спектрометр с CCD матрицей. Во время проведения эксперимента точки падения света от лазера и лампы накаливания совмещались. Это позволило сопоставить спектрам отражения (при подходящих для исследования экситонных эффектов толщинах слоев микрорезонатора) соответствующие спектры фотолюминесценции.



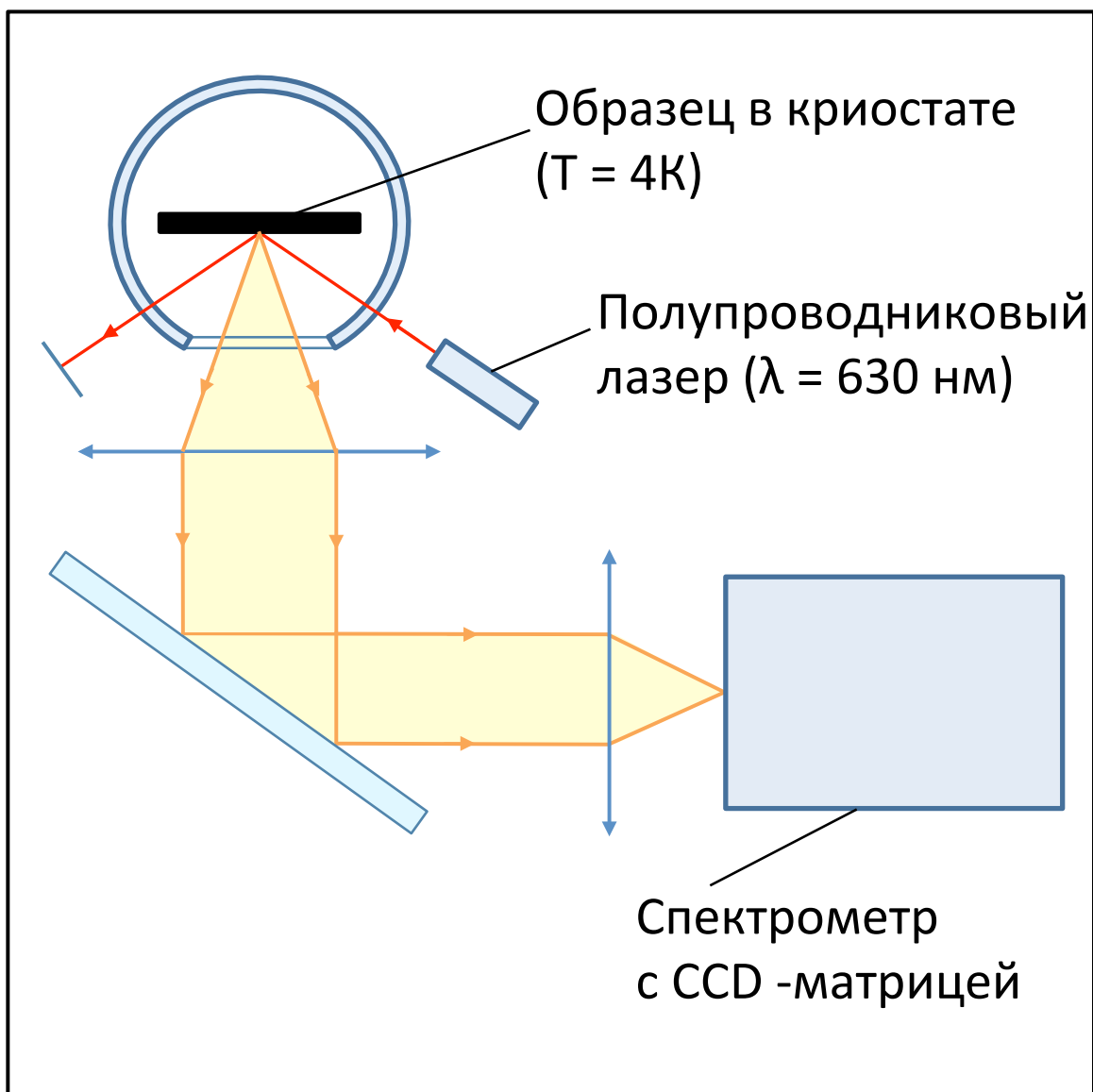


Рис. 12. Схема эксперимента по наблюдению фотолюминесценции.

Результаты эксперимента представлены на рис. 13. Величина  $L$  показывает расстояние от края образца до точки, в которой измерялась люминесценция. При этом каждому измерению соответствует определенное спектральное положение фотонной моды микрорезонатора, определяемое его структурой. Излучение с такой длиной волны выходит через брэгговское зеркало наиболее интенсивно.

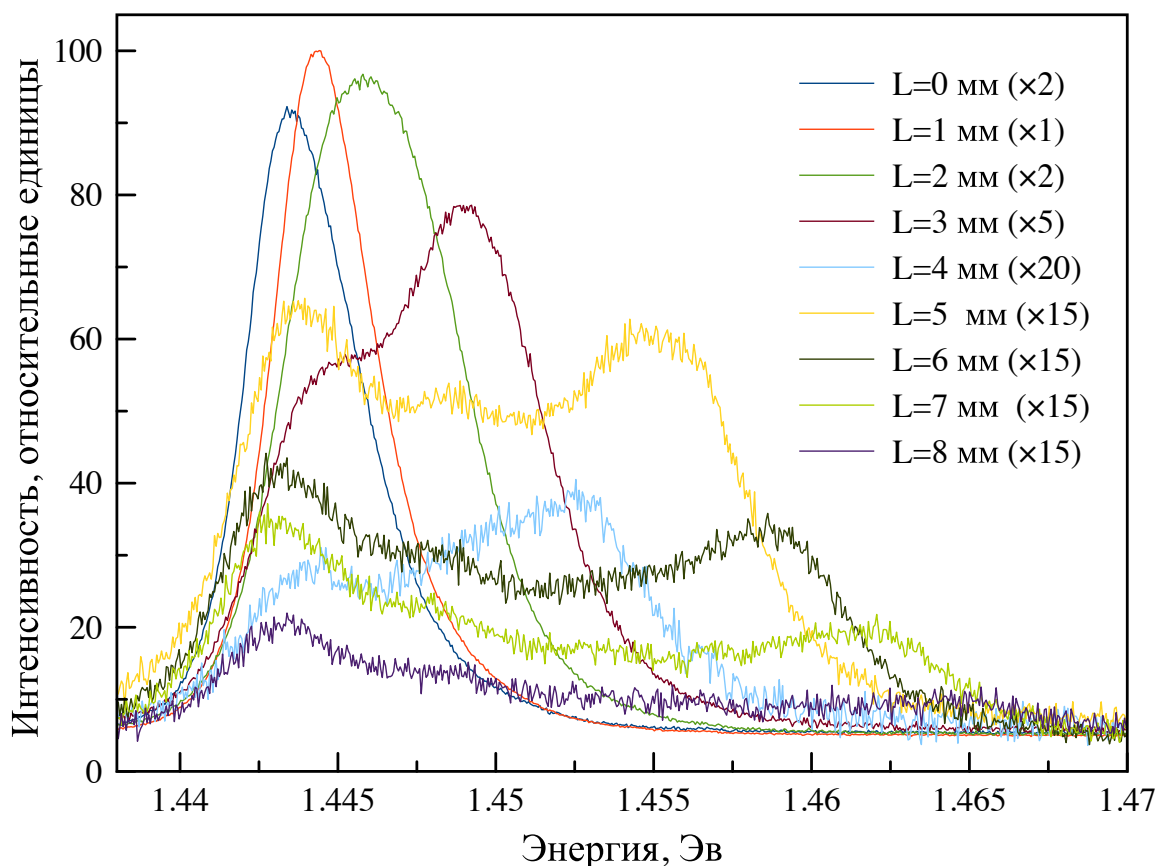


Рис. 13. Спектры ФЛ InGaAs/GaAs квантовой ямы в микрорезонаторе при различных положениях фотонной моды. В скобках указаны масштабные множители для каждого из спектров.

Наиболее интенсивный пик с энергией  $E \approx 1.443$  эВ, который не изменяет своего спектрального положения для большинства измеренных точек, был интерпретирован как излучение с основного состояния экситона. Данный результат совпадает со значением положения тяжелого резонанса экситона, который был получен ранее в данной работе при анализе спектров отражения (Рис. 10). Остальные пики интерпретируются как люминесценция из возбужденных экситонных состояний, прошедшая через фотонную моду микрорезонатора.

С целью корректного определения энергетических положений экситонных состояний необходимо было учесть влияние пропускания верхнего зеркала микрорезонатора на наблюдаемые спектры фотолюминесценции. На рис. 13 можно наблюдать излучение экситонов в квантовой яме одновременно и с основного, и с возбужденных уровней.

Например, в точке  $L=4$  излучение низкой интенсивности с энергией 1.456 при

прохождении через фотонную моду микрорезонатора было усилено по сравнению с излучением с основного состояния с энергией 1.443 эВ. Также на данном спектре наблюдается еще один пик с энергией 1.448 эВ, который был интерпретирован как излучение с возбужденного состояния, усиленное из-за того, что частично проходит через фотонную моду.

Предположив, что поглощением в среде при определении пропускания света можно пренебречь, спектры пропускания были вычислены по формуле  $T=1-R$ , где  $T$  — коэффициент пропускания света,  $R$  — коэффициент отражения. Затем спектры фотолюминесценции (Рис. 13) были нормированы (поделены) на спектральную зависимость коэффициента пропускания, полученную из спектров отражения в тех же самых точках образца (Рис. 8). Обработанные таким образом спектры представлены на рис. 14.

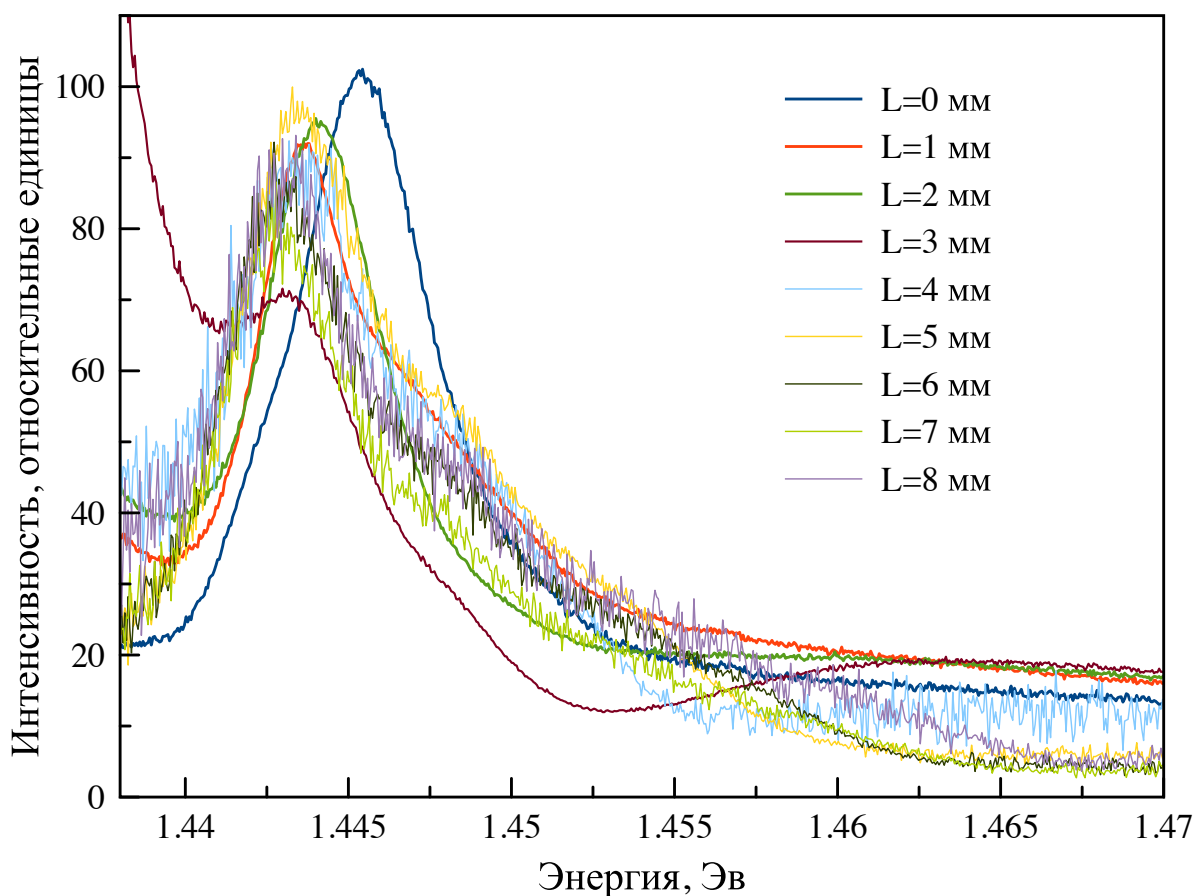


Рис. 14. Обработанные с учетом влияния фотонной моды спектры фотолюминесценции InGaAs/GaAs квантовой ямы в микрорезонаторе.

В случае, когда положение фотонной моды не совпадает с энергией основного состояния экситона ( $L > 2$  мм), относительное положение пиков на рис. 14 остается постоянным для большинства спектров. Данный факт подтверждает корректность определения основного экситонного состояния. Однако, неочевидным результатом является изменение максимума фотолюминесценции вблизи положения фотонной моды микрорезонатора ( $L = 4$ ). Представленные на рис. 14 спектры позволили определить положения возбужденных состояний экситона в изучаемой структуре. Для этого обработанные кривые были аппроксимированы контурами Гаусса.

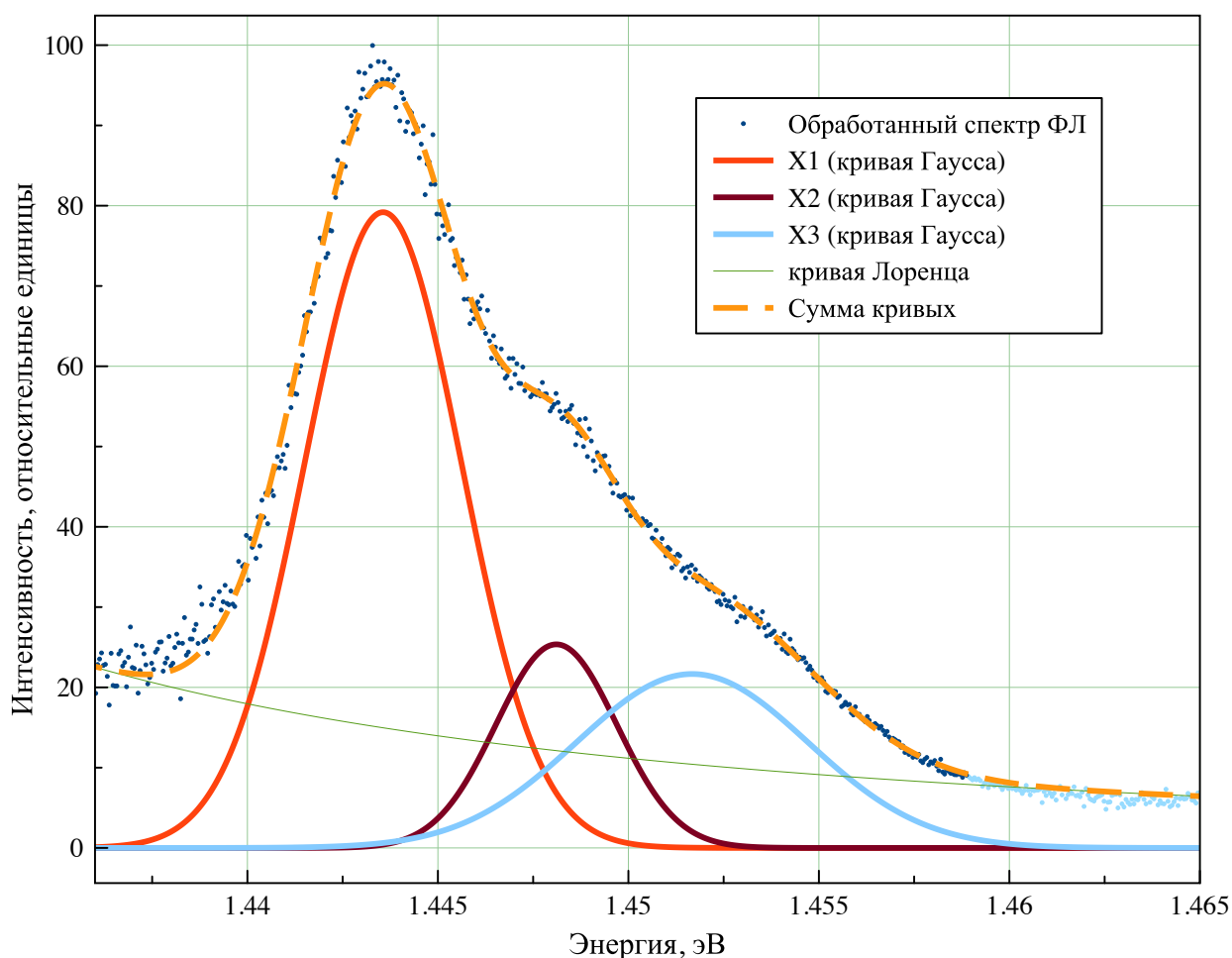


Рис. 15. Аппроксимация обработанного спектра ФЛ, измеренного в точке  $L = 4$ .

Аппроксимация кривых фотолюминесценции, исправленных на спектральную зависимость коэффициента пропускания, кривыми Гаусса позволила оценить положение возбужденных состояний экситона для пяти различных точек на образце (Рис. 16).

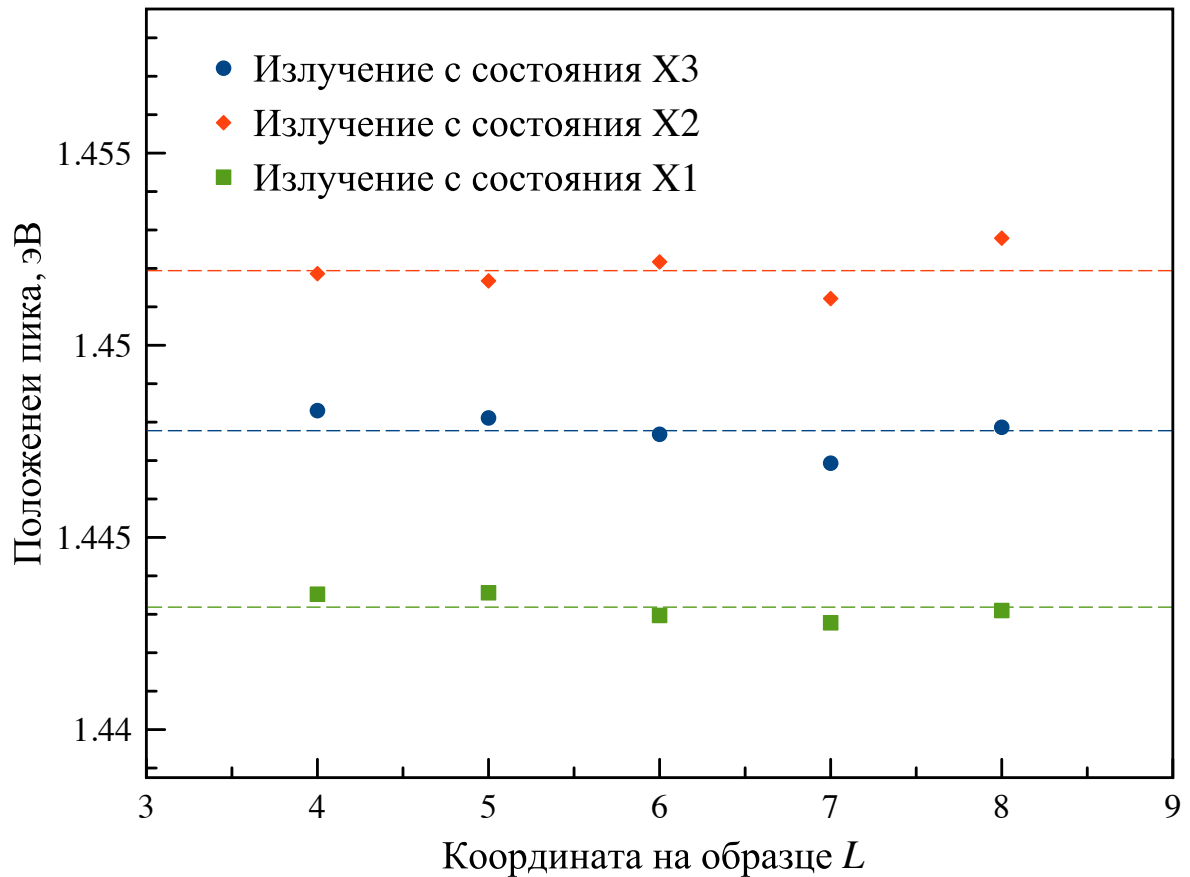


Рис. 16. Точками показаны положения кривых Гаусса, описывающих излучение с основного X1 и двух возбужденных X2, X3 экситонных состояний. Штриховые линии аппроксимируют результаты.

Таким образом, полученные спектры фотолюминесценции ( $L > 4$ ) позволили также оценить энергетическое положение возбужденных состояний экситона в данной структуре:  $X1 \approx 1443$  мэВ;  $X2 \approx 1448$  мэВ;  $X3 \approx 1452$  мэВ. Также полуширины кривых, описывающих излучение с основного состояния экситона (рис. 17), имеют сходное значение с полуширинами кривых, которыми была аппроксимирована фотонная мода микрорезонатора (Рис. 10).

Используя выражение для одномерного потенциала параболической квантовой ямы  $V(z) = \frac{1}{2}\beta z^2$ , была проведена теоретическая оценка расстояния между энергетическими уровнями экситона в квантовой яме. Полученное значение  $\hbar\omega_0 \approx 3,5$  мэВ согласуется с расстояниями между определенными в эксперименте энергетическими уровнями экситона.

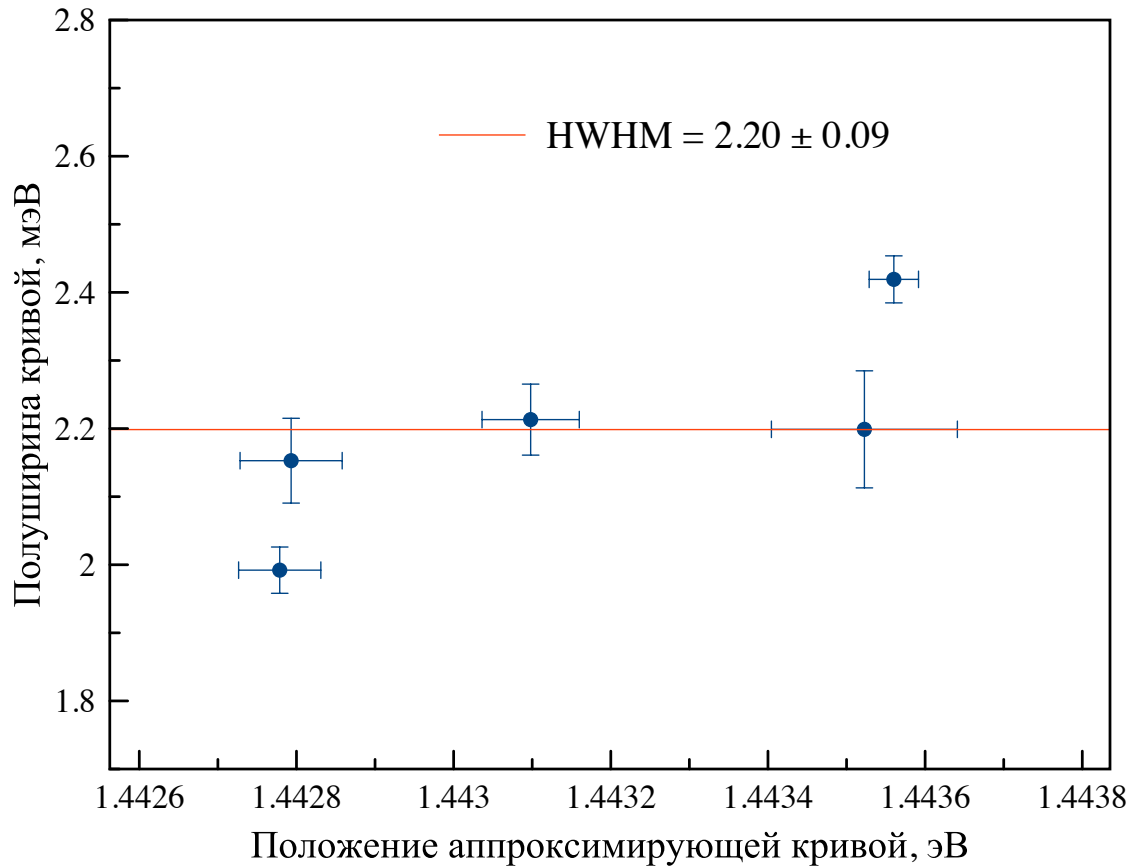


Рис. 17. Зависимость полуширины кривой Гаусса, аппроксимирующей излучение с основного состояния экситона, от ее энергетического положения.

## 2.3 Моделирование микрорезонатора

Для расчета оптимальных параметров роста образца и интерпретации экспериментальных данных были смоделированы спектр отражения гетероструктуры (Рис. 12) методом матриц переноса (см. [4]).

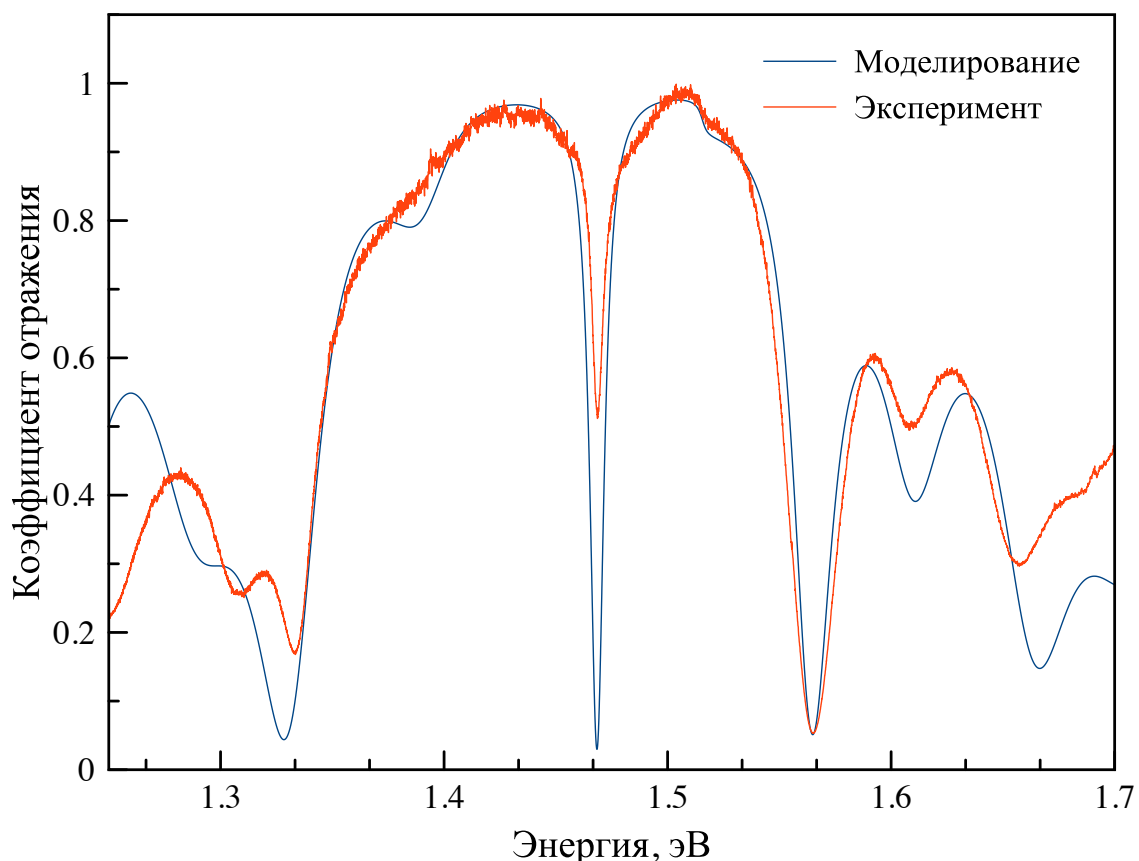


Рис. 12. Спектры отражения от гетероструктуры с квантовой ямой InGaAs/GaAs в микрорезонаторе GaAs/AlAs. Зашумленная кривая – эксперимент, плавная линия – модельный расчет с учетом поглощения в области межзонных переходов в слоях GaAs.

Суть метода заключается в записи уравнений и граничных условий Максвелла для электрического и магнитного полей распространяющегося в структуре света. Изменение напряженности поля от слоя к слою описывается перемножением матриц переноса для каждого слоя. В результате, получив матрицу переноса для всей структуры, возможно определение коэффициентов отражения и пропускания без вычисления промежуточных данных (см. [7]). Смоделированный спектр микрорезонатора без учета поглощения света представлен на рис. 5.

Так как существует некоторое изменение толщины как слоев зеркал, так и межзеркального промежутка в реальном образце, при моделировании положения фотонной моды и стоп-зоны подгонялись параметры, отвечающие за изменение толщины слоев. В результате удалось добиться качественного сходства экспериментального спектра с теоретическим расчетом (Рис. 12).

# Заключение

В работе были экспериментально измерены спектры отражения (Рис.6) и фотолюминесценции (Рис. 10) квантовой ямы InGaAs/GaAs в микрорезонаторе GaAs/AlAs. Произведено моделирование спектров отражения микрорезонатора с учетом поглощения в области межзонных переходов слоями GaAs (Рис. 12). Экситонный резонанс в экспериментально полученных спектрах отражения был обнаружен по уширению фотонной моды микрорезонатора (Рис. 7). Анализ этого уширения позволил определить положение тяжелого и легкого экситонных резонансов в изучаемой гетероструктуре. Экситонная фотолюминесценция наблюдается не только в спектральной области моды резонатора, но и в области сплошного отражения зеркал. По спектрам ФЛ было определено основное и два возбужденных состояний экситона (Рис. 16). Это стало возможно благодаря небольшой добротности выращенного микрорезонатора.

В процессе выполнения работы метод матриц переноса был успешно модифицирован для описания отражения света от микрорезонатора с учетом поглощения в слоях брегговских зеркал. Подгонкой параметров моделирования структуры (ширина слоев и межзеркального промежутка, параметров, характеризующих поглощение в слоях GaAs) удалось получить близкие к экспериментальным результатам область стоп-зоны, положение и ширину фотонной моды микрорезонатора.

Автор работы выражает благодарность научному сотруднику лаборатории Оптики спина СПбГУ, Трифонову Артуру Валерьевичу, за помощь в моделировании и проведении эксперимента.

Результаты работы были представлены на следующих конференциях:

1. S.A. Danshin, A.V. Trifonov, I.V. Ignatiev, «Excitons in low-Q microcavities with quantum wells», International Student Conference "Science and Progress", St. Petersburg–Peterhof, Russia, October 17-21, 2016.
2. С.А. Даньшин, А.В. Трифонов, И.В. Игнатьев, «Экситоны в низкодобротных микрорезонаторах с квантовыми ямами», 18-я Всероссийская молодежная конференция по физике полупроводников и наноструктур, полупроводниковой опто- и наноэлектронике, Санкт-Петербург, Россия, 28 ноября – 2 декабря 2016 г.



# Список литературы

1. Ivchenko. E. L. Optical Spectroscopy of Semiconductor Nanostructures / E.L. Ivchenko — Springer (Berlin), 2004 — 437 p.
2. Питер Ю. Основы физики полупроводников / М. Кардона, Ю Питер — 3-е изд. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002 — 560 с.
3. Киселев В. А, Интерференционные состояния светозкситонов, наблюдение добавочных волн / В.А. Киселев, Б.С. Разбирин, И.Н. Уральцев // Письма в ЖЭТФ, с. 504 -507, 1973
4. Davies. J. H. The physics of low-dimensional semiconductors: an introduction / J. H. Davies. — Cambridge University Press, 1998 — 438 p.
5. Kavokin A. Microcavities / A. Kavokin, J.J. Baumberg, G. Malpuech, F.P. Laussy — Oxford University Press, 2007 — 417 p.
6. E.M. Purcell. — Phys. Rev. 69, 681, 1946
7. Born M. Principles of optics / M.Born, , E. Wolf — Pergamon, London, 1970 — 808 p.